MARIUS DE CAENIGA HIERONYMO TAMBUCCIO SAL

Mario De Ceniga, Guido Grandi, Girolamo Tambucci, ...

rebus, quarum adeò aperta, & apud omnes recepta principia ſunt, tam pueriliter cæſpitare, quam ipſius rei declaravit eventus. Itaque ubi fallacem tuam noſtri Problematis ſolutionem refellerim, meamque, ut ſum pollicitus, legitimam evulgaverim, non eſt quod ſperes, ſtudiorum meorum quietem ullis Tambucciniis tuis fore interturbandam: liberum tibi campum impunè nugandi relinquam, nec tuum de *male parta victoria noſtra* decretum morabor, exceptione Fori, & Judicis incompetentis nunc interpoſita, quam, adverſus hujus experimenti evidentiam, nullis unquam cavillationibus elevabis.

Problema hoc erat. *Data recta linea, in dato puncto inæqualiter ſecta, punctum invenire, ex quo ad terminos datæ lineæ, datumque in ea punctum ductis rectis lineis, quadrata ductarum ad terminos ſuperent quadratum ductæ ad datum punctum ſpatio quodam dato (dummodo hoc majus ſit duplo rectanguli ſub ſegmentis datæ lineæ contenti) ſimul que in ipſa data linea m[illegible] eſſe prol[illegible] per datum illud punctum tranſeuntium, & rectis, à puncto quæſito per ipſius datæ lineæ terminos productis, interceptarum.* Cui hæc ſubjungebam, ne inſignes Geometras, leviſſimo & ſatis obvio quæſito, provocaſſe viderer. *Non me latet, multos Mathematicos facilem ejus ſolutionem ſtatim inventuros;* [a] *ſed rogantur, ut ejus inventionis gloriam Tambuccio relinquant, & ſequidem, quàm obvium putabit, difficultate perſpecta, vel propriæ ſolutionis, ſi quam ex ſuo penu proferet, cum noſtra ſimpliciſſima, quæ ſtatim exinde prodibit, comparatione inſtituta, de diſcrimine, inter ſua[illegible] Magiſtrum doctos [illegible] convincatur.* Quibus equidem verbis tutum rei exitum vaticinatum fuiſſe [illegible] & plures *Mathematicos* [b] *facilem Problematis ſolutionem ſtatim abs ſe inventam*, quæ noſtræ mox referendæ omnino conſonat, privatis literis ad Magiſtrum meum ſcriptis, renunciarunt. Et tu rem obviam abs [illegible] *arbitratus*, epiſtola Idibus Junij ad me perſcripta, propoſitum quæſitum enodare aggreſſus es, ne terminis quidem illius adhuc benè perceptis; adeò ut aliud omnino Problema, loco propoſiti, conſtruxeris; mox de vero Problematis ſenſu commonefactus, *re difficultate perſpecta*, aliam ſolutionem adornare tentaſti, quæ ad me ſub exitum Junij tranſmiſſa, ob duplicem, quo laborabat, defectum,

[a] *In Reſponſ. ad Tambuc. Epiſt. pag. 42.*
[b] *Inter D. Hermanus Mathem. Patav. & Comes Julius Fagnani*

ctum, vel à Tyrone, qui à ſex dumtaxat menſibus ſub eodem Magiſtro meo geometricis ſtudiis animum addixerat, illicò inſpia notatum, haud modicū riſus nobis materiam præbuit. Nunc autem, altero ex dictis erroribus, Amici monitoris juſſibus, expuncto, ſeu potius in aliud magis occultum, de quo infra a, mutato, altero, eoque præcipuo, ut jacebat, retento, ſolutionem ipſam iterum refſeruimus, velut pridie Idus Julij publicatam edidiſti, meamque viciſſim expoſtulaſti, ut *comparatione tandem inſtituta, de diſcrimine inter eam, meque Magiſtrum tibi eas intercedente conveniat*: nec tibi dumtaxat, ſed omnibus innoteſcat, quam vera ſint quæ de iſto nimis magnificè, de hoc minùs demiſsè in Epiſtola tua prædicaſti, dum alterius methodus ad compingendas fallacias conducit, alterius autem ad abſtruſas veritates detegendas, easque feliciter demonſtrandas idonea probatur.

3. SOlutionem igitur ſi iterum diſpiciamus, Lemma primum exponis, de recta, quæ cum diametro acutum angulum efficit, intra ſemicirculum cadente, quam rarum nonnam, abſque ulla ambagibus, in elementis demonſtratam ab Euclide ſupponere poteras. Addis ſecundum Lemma, cui tota innititur Problematis enodatio. *Rectarum omnium, quæ transferuntur per punctum aliquod, in baſi ſumptum cujuſcunque trianguli iſoſcelis, & inter æqualia producta latera interjectarum, baſis ejuſdem trianguli minima eſt.* Hic rhodus, hic ſaltus: evidentem quippe hujus Lemmatis falſitatem P. G. an uſſis demonſtrabit.

4. ESto triangulum iſoſceles ABC, ducta ex B in ſinus AC perpendiculari BR, quæ utique minor erit ipſa BC *f*, fiat ut BR ad BC, ita BA ad AT; ducta TX paralela BR, erit BR ad TX, ut BA ad AT *g*, nempe ut eadem BR ad BC; unde TX æquabitur ipſi BC *h*, & inter utramque BR, TX ducta libere parallela GH, ſecans baſim BC in D, probabitur GH minor ipſa TX, ut pote utrinque [illegible] [illegible] angulū

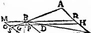


A 2

a Infra num. 14. e per 16 *l. 3. f* 19. 1.*elem. g* 4. 6.*elem. h conſtruct. i* 9. 5.*elem.*

anguli propior; adeoque etiam minor ipſa BC; quare BC non eſt minima omnium per punctum D tranſeuntium, & lateribus trianguli iſoſcelis interceptarum. Q. E. D.

5 **A**Liam huiuſce rei demonſtrationem elegantiſſimam ab erudito, nec geometricis tantùm, ſed theologicis ſtudiis inſigni viro * adornatam ſubdere placet, quæ ad detegendum hallucinationis tuæ fontem magis accommodata eſt. Centro C, intervallo baſis CB, deſcribatur arcus circuli BK, & ducta BQ parallela lateri AC, quæ ob angulum CBQ æqualem acuto ACB × cadet intra circulum, agatur



CK, ſecans ipſam QB in Q, & arcum BK in K, faciens verò cum baſi CB quemvis angulum BCQ minorem ipſo ABC, ut, per B ducta huic parallela BR, ob angulum RBC æqualem ipſi BCQ ×, cadat RB intra angulum ABC maiorem ipſo BCQ, & producta conveniat extra triangulum in M cum KS, quæ ipſis, BQ, AC parallela ducitur ex puncto K, ſumpto autem inter B, & S quolibet puncto G, & acta GDH parallela BR, aut [illegible] K, quæ producta ſecet MK in O, erit utique GH minor tota OH, ſed OH æquatur KC ×, & hæc æquatur BC, ob circulum, ergo GH eſt minor quàm BC: non igitur minor eſt baſis BC quavis recta per quodvis punctum D in ipſa acceptum tranſeunte, & iſoſcelis trianguli lateribus interjacente. Q. E. D.

6 **P**Aret hinc, fallaciam oppoſiti diſcurſus tui ex mera pſeudographia pendere, dum eo ſitu lineas duxiſti, quo recta KO occurrebat ipſi GH, illam ſecans inter puncta G, P: idque velut neceſſariam circumſtantiam abſque probatione aſſumpſiſti, non animadvertens, poſſe ejuſmodi occurſum ultra ipſa puncta P, & G celebrari, ut in hoc caſu contingit ad punctum O. Hinc te ipſe primum decepiſti, atque alijs poſtmodum, quibus ad plauſum prætenſæ ſolutionis tuæ excitaſti, quamvis de hoc etiam errore monitus

* P. Cœleſtino Galliano, ut ex eius ad Reverendiſs. Abb. Barcellinum, literis P. Grando communicatis conſtat. × 29. 1. el. ‹ 16. 3. el. m 34. 1. el.

nitus, fuꝺum facere fruſtrà tentaſti, eo paralogiſmi genere, quod ego cum cæteris tibi familiaribus, ne ſophiſmatum ſpecies acutiùs diſtinguam, *Tambuccismum* appello.

7. QUod ſi ex me audire cupias verum Lemma, ad eiuſmodi rectarum dato angulo ſubtenſarum Minimam determinandam utile, quam fruſtra in triangulo iſocele quæſiviſti, quo quidem tutior ad legitimam Problematis ſolutionem aditus aperietur, eoque magis propoſitionis tuæ falſitatem agnoſces quàm longè à ſcopo aberraveris, faciliùs intelliges: hoc accipe

LEMMA NOSTRUM.



INtra triangulum BAD cadat ex vertice perpendicularis AE, & ſegmento DE fiat ad alteram partem æqualis BC. Dico, omnium rectarum per punctum C tranſeuntium, et ad latera trianguli ſe extendentium, minimam eſſe ipſam baſim BD.



Nam per punctum C inclinata qualibet alia HG, completoque parallelogrammo EBHI, et producta HI, uſque dum concurrat cum AE in K (eſt enim HI æqualis BE *a* adeoque minor quàm HK quæ à vertice eſt remotior), et juncta ID ſecet EK in M, et acta CL parallela BA, cadat ex A perpendicularis AF ſuper DI.

Quoniam BC æquatur DE *a*, addita vel dempta communi CE, fiet CD æqualis BE, hoc eſt ipſi HI; quare DI parallela fiet ipſi

HG

a 34. 1. el. *a* hypoth.

HG *p*, et angulus AGC æquabitur ipſi ADF *q*, poſitoque AD ſinu toto, erit AE ſinus anguli ADE, et AF ſinus anguli ADF, vel AGC, eiuſve complementi DGC *r*. Ratio autem GH ad BD componitur rationibus, HG ad GC, et GC ad CD, et CD ad DB, quarum prima æquatur rationi HA ad CL, tertia verò CL ad AB *s*, ex quibus utrique reſultat ratio HA ad AB, ſeu KA ad AE *t*, ſecunda autem ratio æquat rationem ſinuum oppoſitorum angulorum AED, DGC *u*, hoc eſt AE ad AF *x* unde eo habetur et illa conſtante ratio KA ad AF æqualis rationi HG ad BD, quoniam KA maior eſt ſua parte AM, hæc verò maior perpendiculari AF *z*, erit KA maior, quàm AF; ideoque et HG major quam BD *&*. Quare BD minima eſt omnium per punctum C tranſeuntium, et lateribus trianguli BAD interceptarum. Q.E.D.

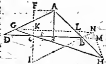
8\. Facilior tamen, et clarior huius veritatis habebitur demonſtratio ſi ut ingeniose ... ad G ... completis parallelogrammis GDBN, AECF, conveniant ... FC, NB in I, iungatur HN, quam ſecet producta DB in M. Tunc æquidem, ob ſimilia triangula AED, ICB, quæ ab homologis lateribus parallelis clauduntur, ut latus DE æquatur lateri CB *a*, ita & latus AE, vel FC, æquabitur lateri CI *b*, propterea rectangulum BCF, quod ad CF ſumiſſ in recta FI applicatur, deficiens figura BCI, majus erit rectangulo NKF applicato ad eandem FI inæqualiter ... FK, cum ſimili defectu NKP *c*; cùm verò ut MG ad HG, ut NG (ſeu BD *d*) ad GI, hoc eſt ut BA ad AL *e*, vel CF ad FK *f*; erit rectangulum MC in FK æquale ipſi BCF *g*, adeoque majus rectangulo NKF, unde recta MC major erit quam ipſa NK, & propterea rectæ CK, MN productæ concurrent ad H



partes

o 33. 1. el. *p* Ex Trigonometr. *q* 4. 6. el. *r* 2. 6. el. *s* ... 1. 19. 1. el. *t* 14. 5. el. * Laurent. Lorenzini ... *b* 4. 6. el. *c* 27. 6. el. *d* 34. 1. el.

partes F, unde angulus KNH obtuſus eſt, ut potè major altero recto FKN, hinc in triangulo GNH, latus GH majus eſt latere GN, adeoque & majus ipſa BD, quæ adeò minima erit qualibet per punctum C tranſeunte, ac lateribus AB, AD intercepta ut fuerat oſtendendum.



9. Hinc baſis trianguli iſoſcelis minima eſt dumtaxat omnium *per punctum medium* ipſius tranſeuntium, & angulo verticis ſubtenſarum, non verò omnium *per quodvis ipſius punctum* incedentium, ut ipſe falsò aſſeruiſti, & captiosè probaſti, erroneam hinc ſolutionem deducens, quam etiam ex italico Magiſtri tui textu in latinum ſermonem transferens, nonnullis grammaticis erroribus, *pro more tuo*, cumulaſti. *Sed* promptam fortaſſis, & facilem excuſationem proferes, *te per jocum* has fallacias, has fallacias nos conſultò protuliſſe, ut nos ad rectè demonſtrandum & caſtigatè loquendum excitares. Sic enim audio, quòd Magiſter tuus, lecta apologia noſtra, hanc ſolam evadendi viam invenit, ut palam aſſereret, *ſe joci cauſa* novam illam mechanicam propoſitionem, in Epiſtola ad Chriſtophorum, ſophiſtica demonſtratione fucatam protuliſſe, ut Mathematicos ad communem Galilæi doctrinam, quam *in ſuo* fundamento tutatus fuerat, amplexandam reduceret. Quæ ita cenſenda ſunt, nec ejus in Magiſtrum meum, qui in ea prætenſa demonſtratione quiddam deſiderari indicaverat, querelas, expoſtulationes, & minationes ſerias fuiſſe potuit, nec reſponſiones, & apologias noſtras, ſi quid acerbius ſonant, alio ſenſu, quam *per jocum* expreſſas accipere convenit.

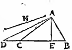
10. Sed

e 2. 6. d. f 16 6 d. g 19 1. d.

20. SEd jam, ut polliciti ſumus, legitimam noſtri Problematis ſolutionem proſequamur.

VERA PROBLEMATIS SOLUTIO.

DAta ſit recta BD ſecta inæqualiter in C, datoq; ſpatio majori, quam ſit duplū rectanguli BCD, æquetur quadratum rectæ N, atque oporteat facere quod præſcribitur in Problemate jam ſupra relato.



Ponatur ad alteram partem BE æqualis DC, & erigatur perpendicularis EA, potens exceſſum quadrati N ſupra duplum rectanguli BCD. Dico factum.

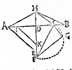
Nam, junctis AD, AB, AC, erit quadratum AD æquale quadratis AC, & DC, cum duplo rectanguli DCE [i], quadratum verò AB æquatur quadratis AE, & EB [k] (vel æquali DC) ergo duo ſimul quadrata AD, AB æquantur quadratis AC, AE, & duplo quadrato DC cum duplo rectangulo DCE, ſed duo quadrata DC, cum duplo rectangulo DCE conſtant duplum rectangulum EDC [l], ſeu BCD, igitur quadrata AD, AB ſuperant quadratum AC, ipſo quadrato AE cum duplo rectangulo BCD, ſed quadratum AE cum duplo rectanguli BCD æquatur quadrato N [m], quare quadrata ductarum ad terminos, ſuperant quadratum ductæ ad datum punctum, ſpatio dato. Et quia ſegmentum à perpendiculari AE reſectum, nempe BE æquatur [m] alteri ſegmento baſis DC, conſtat, ipſam DBM minimam fore omnium per datum punctum C tranſeuntium, rectiſque AD, AB utrinque productis interceptarum [n]. Factum eſt igitur quod in Problemate exigebatur.

21. MAnifeſta hinc eſt neceſſitas determinationis Problemati adjunctæ, quòd datum ſpatium majus ſit duplo rectanguli ſub ſegmentis datæ lineæ contenti: aliàs enim erigi non poſſet perpendicularis EA potens huiuſmodi exceſſum, unde Problema impoſſibile foret. Atque ex hac ipſa determinatione con-

jicere

[i] hic num. 2. [i] 12. 2. el. [k] 47. 1. el. [l] 3. 2. el. [m] ex conſtruct.
[n] Lemma noſtr. ſupra n. 7. vel 8.

ijcere debuerat Magiſter tuus, ſolutionem tuo nomine publicatam inſufficientem eſſe. Nam etiamſi, quod vobis perſuaſiſtis, baſis trianguli iſoſceles minima foret rectarum omnium per quodvis ejus punctum tranſeuntium, & lateribus trianguli interceptarum, adeóque Problematis difficultas eò reduceretur, ut ſuper datam lineam A B (in noſtra figura) inæqualiter ſectam in C erigendum foret iſoſceles triangulum AHB, cujus laterum HA, HB quadrata excederent quadratum HC dato ſpatio nō ſufficeret, ſpatium datum utcunque majus eſſe duplo rectanguli ACB, ſed amplius requireretur, exceſſum majorem eſſe quadrato rectæ DC, qua majus ſegmentum AC ſuperat ſemiſſem datæ lineæ, ut Problema ſolvi poſſit. Supponatur



enim, datum ſpatium præcisè æquari duplo rectanguli ACB, & quadrato DC, ac ſit tua conſtructio. Poſita DI media proportionali inter AC, CB fiatque DE æqualis AD, et DK æqualis DI, jungis IK, AE, & poſita DF potentia duo ſpatium jungis FC, ſuper qua deſcripto ſemicirculo FGC inſcribis rectam FG æqualem AE, & junctæ GC æqualem ponis perpendicularem D H, qua determinatur punctum H quæſitum. Sed nihil æqua haec in conſtructione ad praxim reducenda, nam ubi quadratum DF æquatur duplo ACB, & quadrato DC, addito iterum quadrato DC, fiet quadratum FC o æquale duplo ACB, & duplo quadrato DC, hoc eſt æquale duplo quadrato DB, aut DA p nimirum ipſi quadrato AE. Itaque etiam FG æquatur FC, unde nulla ſupereſt chorda reſidui arcu GC, cui æqualem ponere poſſim DH. Quòd ſi datum ſpatium ſuperet duplum rectanguli ACB minori exceſſu, quàm ſit quadratum CD, eò minus perfici poterit conſtructio, tunc enim FC minor erit ipſa AE, unde nullo modo inſcribi poterit FG æqualis AE q ſemicirculo diametri FC. Patet igitur, inſufficientem eſſe conſtructionem tuam, & hoc

B latenti

o 47 1.el. p 5.2.el. q 15 3.el.

latenti vitio inſuper laborare, quòd tacitè ſuppoſueris, abſque demonſtratione, rectam AE ſemper minorem fore ipſa recta FC: cujus oppoſitum evidenter accidet, quoties punctum F cadit inter puncta K, & E, vel in ipſomet puncto E, aut non ita longè ab ipſo, ac ſuperior determinatio exigeret, unde hinc etiam arguere potes, quid interſit inter Præceptorum noſtrorum methodos ad venandas idoneas, & accuratas Problematum conſtructiones.

12 At reponis *multis ferè ab hinc annis me paratum fuiſſe ad Problematis rectam enodationem, dedecere autem literatum Virum diutius meditata proponere.* Sed in primis vana eſt hariolatio, nam revera ex varijs Problematibus, quæ mihi, aliiſque condiſcipulis *hoc ipſo anno* P. Grandus ſolvenda, ad exercitium, propoſuerat, illud quod tibi ipſe propoſui ſelectum eſt, quia ex omnibus magis idoneum viſum fuit (nec vana evaſit conjectura) ad experimentum de tua doctrina ſumendum. Secundò nec nova eſt, nec improbanda conſvetudo, ut inter Mathematicos Problemata proponantur, [r] ut proponens methodū teneat, qua poſſit quæſtio expediri, imò *ad profectum ſcientiæ pertinet,* inquit ſummus ævi noſtri Geometra, *ut methodos per ſolutionem Problematum exerceamus.* Tertiò, ſi dedecere putas, literatum Virum diutius meditata proponere, cogita, quam magis indecens ſit, ut qui ſe ad jucunda Mathematicorum certamina imparatum ſentit, eximios in ea facultate Viros provocare audeat, eorumque nomen per calumniam traducere, & quantò majori ſe ignominiæ obnoxium reddat, qui, non dico ad cujuslibet Problematis propoſitionem non reſpondeat, aut ad ejus ſolutionem ſe inſufficientem agnoſcat (quod ingenuum, atque excuſatione dignum fuiſſet, ſiquidem, ut ait Poëta, [s] *Non omnia poſſumus omnes*) ſed id oneris in ſe ſuſcipere præſumens, falſis lemmatibus erroneam, nedum mancam, enodationem moliatur, ac pro legitima obtrudat, & ſcientiam inter alias veri tenaciſſimam ejuſmodi fallacibus Paralogiſmis deturpet.

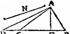
13 Hac occaſione, ſi tantum mihi à domeſticis curis otij relinqueretur, ipſam methodum, hos & ſimiles quæſtiones expediendi libentiſſimè aperirem, ſed nec tempus permittit, nec harum rerum peritis, in quorum manus Epiſtola hæc ventura erit, neceſſaria eſt hujuſmodi digreſſio, nec ſciolis, qui ho-

vas

r *Leibnitz. Epiſt. ad P. Grand. in Quad. Circ. 2. edit. pag. 93.*
s *Virgil. Eclog. 8.*

tas methodos, velut inutiles contemnere audent, valde grata foret, aut opportuna. Pauca igitur dumtaxat conſectaria, ad *Locorum Geometricorum* doctrinam (quæ à veteribus etiam Mathematicis tanti habita erat) promovendam, adjungere placet, ut pote quæ ex ſupra demonſtratis facili negocio derivantur, nec ingrata Lectoribus futura confido.

Ac primò *Locus* ad quem conveniunt rectę D A, B A ex datis punctis D, & B inclinatæ, itaut earum quadrata ſuperent quadratum rectę A C, ductæ ex eodem concurſu ad punctum C datum in recta D B, dato quodam ſpatio N, eſt *Peripheria* circuli radio E A deſcripti, cujus longitudo poſſit exceſſum dati ſpatij N ſupra duplum rectanguli B C D, centrum vero E ita dividat rectam D B ut ſit E B æqualis D C. Nam utcunque inclinata fuerit recta E A, ſ... eadem longitudine, ſemper verum erit, duo ſimul quadrata D A, B A æquari duobus quadratis C A, E A cum duplo rectanguli B C D, quod in omni triangulo evenit, quoties portiones baſis D C, B E hinc inde æquales ponuntur [a], quare quadrata D A, B A ſuperant quadratum C A, quadrato A E & duplo rectanguli B C D, hoc eſt dato ſpatio N [b].



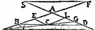
Secundo *Locus* ad quem conveniunt duæ lineæ D A, B A, ex terminis D, & B inclinatæ, itaut intercepta B D minima evadat omnium per datum in ipſa punctum C tranſeuntium, iiſdemque inclinatis interceptarum, eſt *Recta* perpendicularis E A, quæ ex eodem puncto E ad datam lineam excitatur, ubi nempe fit D C æqualis B E. Quodvis enim punctum in dicta perpendiculari acceptum æquè ſatisfaceret quæſito, ut ſupra oſtendimus [c]. Itaque hos duos locos, duabus conditionibus Problematis ibi propoſiti reſpondentes, ſeparatim indagare, tum invicem combinare debuiſſes, ſi ad veterum ſaltem Geometrarum normam ſolvendo quæſito te utiliter applicuiſſes.

B 2 14 Ter-

[a] Fermat in oper. poſth. [b] conſtruct. [c] Lemm. noſtr.

14 TErtiò iiſdem poſitis, nempe data recta F B, utcunque in C diviſa. *Locus* ad quem conveniunt rectæ D A, B A, ſi itaque recta D B minimam intercipiat laterum D A, A B, aut quadratorum, vel cuborum, altiorumve poteſtatum ab ipſis factarum ſummam, quam poſſit recta alia per idem datum punctum C tranſiens ex eodem angulo abſcindere, ſemper eſt *Peripheria circuli*, qualem Eutocius *d*, & Galilæus *e* deſcribunt pro loco concurſus linearum ex terminis D, & B eductarum in eadem ratione D E ad E B, ſi modò pro minimis lateribus ſit B E æqualis D C, ſive D E ad E B ut B C ad C D, at pro minimis quadratis, D E ad E B ſit ut quadratum B C ad C D, & pro minimis cubis, ſit D E ad E B, ut cubus B C ad cubum C D, atque ita deinceps. Sufficiet in lateribus, & quadratis rem geometricè oſtendere, ne tibi, aut Magiſtro tuo, qui, ut nuperrime intellexi, ſpeculationes univerſales, ultra ſecundum æquationum gradum excurrentes, præſertim ſi in infinitum abeant, faſtidire ſoles, nimio tædio ſim futurus.

Sit triangulum B A D, ſitque B A ad A D ut reciprocè D C ad C B, dico, rectarum omnium per punctum C tranſeuntium, & lateribus anguli B A D occurrentium, rectam ipſam B D minimam ſummam laterum B A, et A D auferre; inclinetur enim alia quælibet H C G, ſintque B I, C E parallelæ lateri A D, & C L parallela A B. Erit H B ad B I, ut H E ad E C, & B I ad G D, ut B C ad C D *f*, vel ut D A ad A B *g*, ſive ut E C ad E B; quare ex æquo *h* H B ad G D erit ut H E ad ejus partem B E. major eſt igitur H B, quam D G; & communi appoſita B A cum A G, major erit ſumma H A cum A G, quam B A cum A D, hæc igitur omnium eſt minima; quare patet veritas *Loci* ſupra determinati.



At verò ſi fuerit D C ad C B, ut quadratum B A ad quadratum A D, auferetur per rectam B D minima ſumma quadratorum

d in totalib. 3. conic. e Dial. novæ ſcien. f 4 6. el.
g hyppot. h 22. 5 el.

dratorum BA, AD, quæ abſcindi poſſit alia recta HG per punctum C traducta; eadem quippe conſtructione facta, ac præterea ducta HM ipſi BD parallela extenſiſque BA, DA in F, S, ut ſit AF æqualis AB, & AS æqualis AD, ac conſequenter juncta SF æquidiſtet ipſi BD erit, ut ſupra, HB ad BI, ut HE ad EC, & BI ad DG, ut BC ad CD, vel CE ad LD *l*, ideoque ex æquo *k* HB ad DG, ut HE ad LD, ideſt in majori ratione, quam BE ad LD *m*, quia verò BA quadratum ad AD quadratum *g* ſit quadratum BE ad quadratum EC, eſt ut DC ad CB, vel DL ad EC, erunt CE, EB, LD continuè proportionalis, unde ratio HB ad GD, quæ major eſt, quam BE ad LD, major etiam erit, quàm CE ad EB *n*, vel quam MA ad AH *o*, aut MS ad HF *p*, eòque magis, quàm GS ad HF *m*, ideoque rectangulum extremarum FHB, majus erit rectangulo mediarum SGD *q*, additiſque communibus quadratis BA, & AG fient duo quadrata HA *r*, & AG majora quadratis AB, & AD *s*, horum igitur ſumma eſt minima; Quod erat etc.

Colligitur hinc, quòd cùm ſit ſemper CE ad EB, ut DL ad LC, in primo autem caſu de minima ſumma laterum, ſit etiam CE, ad EB, ut BC ad CD, vel CE ad LD: at in ſecundo de minima ſumma quadratorum, oſtenſæ ſint CE, EB, LD proportionales, erit in primo caſu BE æqualis LD, & alterutra media proportionalis inter CE, & CL, vel EA in ſecundo autem caſu BE eſt prima duarum mediarum inter eaſdem CE, EA; at LD eſt prima duarum mediarum inter AE, ſeu CL, & EC vel AL: ſimilique ratione in caſu minimæ ſummæ cuborum fieret BE prima trium mediarum inter ipſas CE, CL, ipſa verò LD prima trium mediarum inter CL & EC, atque ita deinceps.

Ubi angulus A rectus eſt, minima ſumma quadratorum à lateribus AB, AD, concidit cum minimo quadrato *t* ſubtenſæ, adeoque & cum minima linea DB, quæ per dictum punctum C poſſit illis lateribus interponi: Quare minima ſubtenſa anguli recti, per punctum C datum tranſiens, determinabit duas medias proportionales inter latera rectanguli CEAL, ut acutus Geometra *, occaſione Problematis noſtri, nuper animadvertit.

l omnis ex 4 6 el. *m* 8. 5 el. *n* 13 5 el. *o* 4 6 el. *p* 12, 5 el.
q ex 16 6 el. *r* 6 2 el. *s* 5 2 el. *t* 47 1 el.
* *Comes Julius Fagnani in Epiſt. ad P. Grand.*

15 QUarto ſi quæratur *Locus*, quem tangunt innumeræ rectæ, velut DB, quæ minimam ſummam laterum, quadratorum, aut cuborum &c. ex dato angulo abſcindunt, quam poſſit abſcindi ex quolibet puncto C, in recta EC lateri ED parallela ubilibet accepto, is erit ſemper quædam *Parabola*, quadratica, pro minima laterum ſumma, quadratocubica (hoc eſt referens cubos ordinatarum ad quadrata abſciſſarum) pro minima ſumma quadratorum, & ſic deinceps aliorum graduum in aliis poteſtatibus. Illam in primo tantum caſu determinare ſic placet. Intelligatur deſcribi parabola ordinaria, latere recto quadruplo ipſius AE, cujus vertex E, diameter ipſa CE ultra E producta, & cujus ordinatæ applicentur in angulo AEC ad dictam diametrum, itaut ipſa EB ſit tangens verticis curvæ, quam rurſus tangere alicubi concipiatur quædam recta, cujus portio BD lateribus dati anguli A intercepta, ſecet ipſam EC in puncto C: oſtendendum eſt, ſummam laterum BA, AD minimam eſſe, quę auferri poſſit qualibet alia per idem punctum C ſubtenſa. Conſtat ex conicis, interceptam vertice, & tangentis EB ſore ſemiſſem ordinatæ ex contactu, ubi producta DB dictę parabolæ occurrit; ergo quadratum EB quarta pars eſt quadrati dictæ ordinatæ, ſeu rectanguli ſub abſciſſa, & latere recto, ſed illi abſciſſæ æquatur portio diametri EC, inter verticem, & tangentem CB, ergo quadratum EB æquatur quartæ parti rectanguli ex latere recto in ipſa EC, eſt autem ex hypotheſi EA quarta pars lateris recti, igitur quadratum EB æquatur rectangulo AEC, unde EB eſt media proportionalis inter CE, & EA, & ideo ex nuper oſtenſis, ipſa BD minimam auferet laterum ſummam, quæ poſſit auferri ulla recta per punctum C tranſeunte, Locus igitur quem tangunt ejuſmodi ſubtenſę eſt ſemper quædam parabola, nec diſſimili modo in gradibus altioribus demonſtratio procedit.

16 SEd jam dudum lectionem hujus Epiſtolæ à te intermiſſam video, mi Cambucci, quòd in regiones alis tuis inacceſſibiles nos argumenti ſublimioris feracitas evexèrit, jam ceſſo tibi aures obtundere; ceſſo nobilem hanc ſpartam a tam ſpiſſis erroribus repurgatam perpolire & ornare; ceſſo tecum contendere, ceſſo *jurgari*. Utinam, et tu nugari ceſſes, nec literatos viros amplius laceſſere audeas, quibus te nulla ratione conferendum potes agnoſcere. Vale. E Villula noſtra *Idibus Auguſti MDCCXI.*

Dum

P.S. DUM hæc ſub prælo eſſent, ac moras impreſſioni necteret æſtivi noſtri receſſus ab Urbe diſtantia, novam Reſponſionem tuam typis editam accipio, in qua falſum illud Lemma tuum, de baſi trianguli iſoſcelis, quam minimam omnium per quodlibet ejus punctum tranſeuntium credideras, utcunque reformare nitens, faſſus altam quandoque ipſi æqualem, quandoque etiam minorem rectam admittere poſſe; in eadem nihilominus ſolutione tua perſiſtis, nec ejus adhuc inſufficientiam, tuamque in his antilogiam, agnoſcis. Unde tantò magis in eodem propoſito obfirmor, tibi nihil ulterius reponendi, dum adverſùs nonnullos Apologiæ noſtræ locos, quos planè non intelligis, Andabatarum more digladiari conaris; tempus enim, et operam perdimus in te ab erroneis ſemitis, quas poſt Magiſtrum tuum ingreſsus es, revocando. Celeberrimum P. Grandi concivem Quintilium Varum imitabor, de quo narrat Horatius in Arte Poetica poſt fruſtra tentatam Amici emendationẽ, ita ſe gerere conſueviſſe;

Si defendere delictum, quam vertere malles,
Nullum ultra verbum, aut operam ſumebat inanem,
Quin ſine Rivali Teque, & tua ſolus amares.

Id ipſum tibi à me dictum puta. Tuis itaque opinionibus fruere; tuis Tamboccinis exulta laudibus, quas gratus erga Præceptorem tuum animus, ejusque vindicandi honoris zelus juſtiſſimus à me expreſſerunt, ſiniſtrè interpretandis, ut lubet, inſiſte; tui verò Magiſtri plauſibus cumulandis, citra invidiæ diſcrimen, incumbe. Nihil amplius moror, nihil repugno, cùm ſatis hoc ſpecimine oſtenderis, quanti faciendum ſit à Mathematicis judicium tuum, æquè ac eximij Magiſtri, cujus doctrina uſus es in hac ſolutione iterum, et tertiò, ac ſemper fallaciter recudenda. Nec miror jam, utrumque veſtrum, perlectis P. Grandi librorum titulis, illos ſtatim claudere conſueviſſe, fructum aliquem inde per vos obtinendum meritò deſperantes. Prudenter omnino id facitis, quod et olim à me ipſo pariter factum memini, quum nondum ultra veſtrum illum elementarium Pontem excurriſſem; idque nunc etiam facerem, ſiquis arabica, vel ſyriaca volumina mihi legenda obtruderet. Atque quemadmodum iis non perlectis temerè ſuſpicarer, nullius pretij, et utilitatis inventa libris hujusmodi contineri, quos nec legiſſem, nec percipere ullatenus poſſem; ita immeritò concluditis, nullius uſus eſſe, nihilque ad Reipublicæ

litera-

literariæ emolumentum conferre profundas doctiſſimorum ævi noſtri Mathematicorum ſpeculationes, quas nondum legiſtis, & quibus percipiendis pares non eſtis; cum aliunde conſtet, omnem praxim ab aliqua theoria pendere, nec otioſas eſſe geometricas ſpeculationes, unde tot nobiliſſimarum Artium, & diſciplinarum incrementa, atque ipſius Philoſophiæ naturalis magis exactam notitiam quotidie haurimus, ut idem P. Grandus in præf. libri ſui *de Quadrat. Circ.* pag. XVIII, & deinceps pluribus evincit, oppoſitas ſciolorum nenias ſolidè refellens; qui & in præludio poetico libri ſui *De infinitis infinitorum ordinibus* optime indicat, ad quam profunda, non modo Geometriæ, ſed Opticæ, Mechanicæ, & Phyſicæ Problemata ſolvenda utilis ſit infiniteſimalis methodus, quam vos contemnitis, & cujus fundamenta, ubi tradita, ſi vobis perſpecta fuiſſent, uno calami ductu quæſiti vobis propoſiti enodationem inveniſſetis, quo ſaltem fructu, quis non videat operam ejuſmodi lectionem maxime commendandam? Aſſi fo... communis illius in libris nomine, quam unicè a vobis ſpectari ditis, aliud judicium intelligitis, ut inter otioſos libros etiam Apollonii, & Archimedis opera, ipſaque Euclidis elementa referre deceveritis, non nullos quidem Mathematicos fortaſſe legentis, qui res magis ad mechanicum uſum relatas tractare ſolent: quandoquidem ipſius Clariſſimi P. Merſenni opera, compluribus inventis, ad Baliſticam, Harmonicam, aliaſque artes promovendas conducentibus refertaignoratis unde illi vetus ab Epiſtolarum commercio cum Literatis inito duntaxat illuſtrem dicitis. Valete.